プロジェクト報告　構造機能先進材料デザイン研究拠点の形成

電子デバイスの応力解析手法に関する研究

大阪大学・工・生産科学専攻　久保　太，座古　勝

1.　はじめに

高度情報化社会に対応するため，半導体製品においては高集積化，高密度化，軽薄短小を設計理念として研究開発が推進されている．更なる高機能化のため，フレキシブル高分子基板上に抵抗体や誘電体を薄膜として成膜したシート型デバイスの開発が進められている[1), 2)]．このデバイスはユビキタスとして軽量であるうえに携帯性に富んでいるが，携帯時には繰返し変形が生じるため，製品設計の際には疲労寿命評価を行うことが必須である．現在の新製品の研究開発は実験・経験則による手法が主体であり，多大な労力と時間を要するために数値解析の援用手法が開発されている．例えば，製品のある疲労寿命を実験により取得し，その変形状態における評価領域の応力場・ひずみ場を数値解析により求め，評価領域における S-N 線図を作成することなどである．

しかし, 評価領域がμm や nm オーダといった微小領域になるほど実験が困難となり，このような局所的な応力場やひずみ場の予測に数値解析手法の援用が望まれるが，製品全体と評価領域のスケール差が非常に大きくなり，解析コストが増大する．その対策として，製品全体のマクロな挙動と，評価領域のミクロな挙動の連成解析が考えられる．この異なるスケールの問題を同時に取扱う手法は，マルチスケール解析と呼ばれ，研究が進められているが[3)-6)]，スケール差が極端に大きい場合には精度上の問題が生じるなど，短所が各手法に存在するために実用手法とは言い難い．

一方，実験手法については現在ある片振曲げ試験装置ではシート型デバイスの携帯時における両振曲げ変形を表現することが不可能であり，より正確に実際の現象を模擬するためには新たな試験装置の製作も必要である．

かかる現状から，シート型デバイスの疲労寿命を推定するための前段階として，(a)新たなマルチスケール数値解析手法の提案とそのプログラム構築を行い, 精度検証を行った結果, (b)曲げ疲労試験装置の設計・製作，について記述する．

2.　新たなマルチスケール解析手法（M^3 法）の構築

2-1　定式化

局所領域における応力場・ひずみ場を詳細に解析するために，重合メッシュ法[5), 6)]を拡張した新たなマルチスケール手法を提案する．まず，図 1 に示すように全体領域Ωにおいて解析対象をマクロ($\Omega^1=\Omega$)，メゾ(Ω^2: $\Omega^2\subset\Omega^1$)，ミクロ(Ω^3: $\Omega^3\subset\Omega^2$)の異なるスケールの 3 メッシュを重ね合わせて表現する．ここで各メッシュは要素や節点の整合性に関係なく，重ね合わせることが可能である．Γ は全体領域の境界，Γ_s は全体領域において表面力$\{\boldsymbol{t}_s\}$が作用する境界である．

次に，式(1)-(3)に示すようにメッシュの重なり合う部分を新たに解析領域として定義する．

$$\Omega^L=\Omega^1\cap\Omega^2\cap\Omega^3 \tag{1}$$

$$\Omega^M=(\Omega^1\cap\Omega^2)\backslash\Omega^L \tag{2}$$

$$\Omega^G=\Omega^1\backslash(\Omega^M\cup\Omega^L) \tag{3}$$

Γ^{GM} およびΓ^{ML} はそれぞれマクロとメゾ，メゾとミクロの境界を示す．

ここで，全体領域内の変位場を式(4)で定義する．

$$\{\boldsymbol{u}\}=\begin{cases}\{\boldsymbol{u}^G\} & \text{on}\quad \Omega^G\\ \{\boldsymbol{u}^G\}+\{\boldsymbol{u}^M\} & \text{on}\quad \Omega^M\\ \{\boldsymbol{u}^G\}+\{\boldsymbol{u}^M\}+\{\boldsymbol{u}^L\} & \text{on}\quad \Omega^L\end{cases} \tag{4}$$

$\{\boldsymbol{u}^G\}$，$\{\boldsymbol{u}^M\}$，$\{\boldsymbol{u}^L\}$はそれぞれの解析領域Ω^G，Ω^M，Ω^L内における変位場である．以後，変位場と同様に変数の右肩添字 G, M, L は各解析領域内における値を示すものとする. $\{\boldsymbol{u}^M\}$, $\{\boldsymbol{u}^L\}$はより詳細な変位場を導くための修正項としての働きを有し，場の連続性を保つため，各領域の境界上においてはそれぞれ式(5)と式(6)を定義する．

$$\{\boldsymbol{u}^M\}=\{\boldsymbol{0}\}\quad \text{on}\quad \Gamma^{GM} \tag{5}$$

$$\{\boldsymbol{u}^L\}=\{\boldsymbol{0}\}\quad \text{on}\quad \Gamma^{ML} \tag{6}$$

要素内の変位場は節点変位ベクトル$\{\boldsymbol{d}\}$と形状関数マトリクス$[\boldsymbol{N}]$を用いて次のように表される．

$$\{\boldsymbol{u}^G\}=[\boldsymbol{N}^G]\{\boldsymbol{d}^G\} \tag{7}$$

$$\{\boldsymbol{u}^M\}=[\boldsymbol{N}^M]\{\boldsymbol{d}^M\} \tag{8}$$

$$\{\boldsymbol{u}^L\}=[\boldsymbol{N}^L]\{\boldsymbol{d}^L\} \tag{9}$$

3 つのメッシュは独立であり，$[\boldsymbol{N}]$は必ずしも同種である必要はない．変位場$\{\boldsymbol{u}\}$を式(4)で定義したことから，ひずみ－変位マトリクス$[\boldsymbol{B}]$，および節点変位ベクトル$\{d\}$を用いてひずみ場$\{\varepsilon\}$を表すと

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}=\begin{cases}\{\boldsymbol{\varepsilon}^G\}\\ \{\boldsymbol{\varepsilon}^G\}+\{\boldsymbol{\varepsilon}^M\}\\ \{\boldsymbol{\varepsilon}^G\}+\{\boldsymbol{\varepsilon}^M\}+\{\boldsymbol{\varepsilon}^L\}\end{cases}$$

$$=\begin{cases}[\boldsymbol{B}^G]\{d^G\} & \text{on}\quad \Omega^G\\ [\boldsymbol{B}^G]\{d^G\}+[\boldsymbol{B}^M]\{d^M\} & \text{on}\quad \Omega^M\\ [\boldsymbol{B}^G]\{d^G\}+[\boldsymbol{B}^M]\{d^M\}+[\boldsymbol{B}^L]\{d^L\} & \text{on}\quad \Omega^L\end{cases} \tag{10}$$

で示される. これに対して応力－ひずみマトリクス$[\boldsymbol{D}]$を用い, 応力場$\{\boldsymbol{\sigma}\}$について整理すると式(11)を得る．

$$\{\boldsymbol{\sigma}\}=\begin{cases}[\boldsymbol{D}^G]\{\boldsymbol{\varepsilon}^G\} & \text{on}\quad \Omega^G\\ [\boldsymbol{D}^M](\{\boldsymbol{\varepsilon}^G\}+\{\boldsymbol{\varepsilon}^M\}) & \text{on}\quad \Omega^M\\ [\boldsymbol{D}^L](\{\boldsymbol{\varepsilon}^G\}+\{\boldsymbol{\varepsilon}^M\}+\{\boldsymbol{\varepsilon}^L\}) & \text{on}\quad \Omega^L\end{cases} \tag{11}$$

ところで，構造体に物体力が作用しない場合の仮想仕事の原理は以下のように表すことができる．

$$\int_\Omega \delta\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^T\{\boldsymbol{\sigma}\}d\Omega=\int_{\Gamma_s}\delta\{\boldsymbol{u}\}^T\{\boldsymbol{t}_s\}d\Gamma \tag{12}$$

$\delta\{*\}$は任意のベクトル{*}の仮想変化量を示す．式(12)に式(4)-(11)を代入し整理すると平衡方程式(13)が得られる．

ここで，$[\boldsymbol{K}]$は剛性マトリクス，$[\boldsymbol{K}^{GM}]$はマクロとメゾの相関・$[\boldsymbol{K}^{ML}]$はメゾとミクロの相関・$[\boldsymbol{K}^{GL}]$はマクロとミクロの相関を表す剛性マトリクス，$\{\boldsymbol{F}_s^{G}\}$はマクロメッシュにおける表面力による節点荷重ベクトルであり，これらは具体的に式(14)-(20)で示される．

$$\begin{bmatrix} [\boldsymbol{K}^{G}] & [\boldsymbol{K}^{GM}] & [\boldsymbol{K}^{GL}] \\ [\boldsymbol{K}^{GM}]^{T} & [\boldsymbol{K}^{M}] & [\boldsymbol{K}^{ML}] \\ [\boldsymbol{K}^{GL}]^{T} & [\boldsymbol{K}^{ML}]^{T} & [\boldsymbol{K}^{L}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\boldsymbol{d}^{G}\} \\ \{\boldsymbol{d}^{M}\} \\ \{\boldsymbol{d}^{L}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\boldsymbol{F}_s^{G}\} \\ \{\boldsymbol{0}\} \\ \{\boldsymbol{0}\} \end{Bmatrix} \tag{13}$$

$$[\boldsymbol{K}^{G}] = \int_{\Omega^{G}} [\boldsymbol{B}^{G}]^{T}[\boldsymbol{D}^{G}][\boldsymbol{B}^{G}]d\Omega + \int_{\Omega^{M}} [\boldsymbol{B}^{G}]^{T}[\boldsymbol{D}^{M}][\boldsymbol{B}^{G}]d\Omega$$
$$+ \int_{\Omega^{L}} [\boldsymbol{B}^{G}]^{T}[\boldsymbol{D}^{L}][\boldsymbol{B}^{G}]d\Omega \tag{14}$$

$$[\boldsymbol{K}^{M}] = \int_{\Omega^{M}} [\boldsymbol{B}^{M}]^{T}[\boldsymbol{D}^{M}][\boldsymbol{B}^{M}]d\Omega + \int_{\Omega^{L}} [\boldsymbol{B}^{M}]^{T}[\boldsymbol{D}^{L}][\boldsymbol{B}^{M}]d\Omega \tag{15}$$

$$[\boldsymbol{K}^{L}] = \int_{\Omega^{L}} [\boldsymbol{B}^{L}]^{T}[\boldsymbol{D}^{L}][\boldsymbol{B}^{L}]d\Omega \tag{16}$$

$$[\boldsymbol{K}^{GM}] = \int_{\Omega^{M}} [\boldsymbol{B}^{G}]^{T}[\boldsymbol{D}^{M}][\boldsymbol{B}^{M}]d\Omega + \int_{\Omega^{L}} [\boldsymbol{B}^{G}]^{T}[\boldsymbol{D}^{L}][\boldsymbol{B}^{M}]d\Omega \tag{17}$$

$$[\boldsymbol{K}^{ML}] = [\boldsymbol{K}^{LM}]^{T} = \int_{\Omega^{L}} [\boldsymbol{B}^{M}]^{T}[\boldsymbol{D}^{L}][\boldsymbol{B}^{L}]d\Omega \tag{18}$$

$$[\boldsymbol{K}^{GL}] = [\boldsymbol{K}^{LG}]^{T} = \int_{\Omega^{L}} [\boldsymbol{B}^{G}]^{T}[\boldsymbol{D}^{L}][\boldsymbol{B}^{L}]d\Omega \tag{19}$$

$$\{\boldsymbol{F}_s^{G}\} = \int_{\Gamma_s} [\boldsymbol{N}^{G}]\{\boldsymbol{t}_s\}d\Gamma \tag{20}$$

上記の解析手法では，マクロ(**M**acro)，メゾ(**M**eso)，ミクロ(**M**icro)の 3 つの領域を用いていることから，M^3(M-CUBE)法と呼び，ここに新たに提案する．本提案手法は 3 領域の挙動を 1 度の解析で把握することができる．また，$[\boldsymbol{K}^{GM}]$, $[\boldsymbol{K}^{GL}]$, $[\boldsymbol{K}^{ML}]$が含まれていることから，各領域の特性を連成した解析が実施可能である．

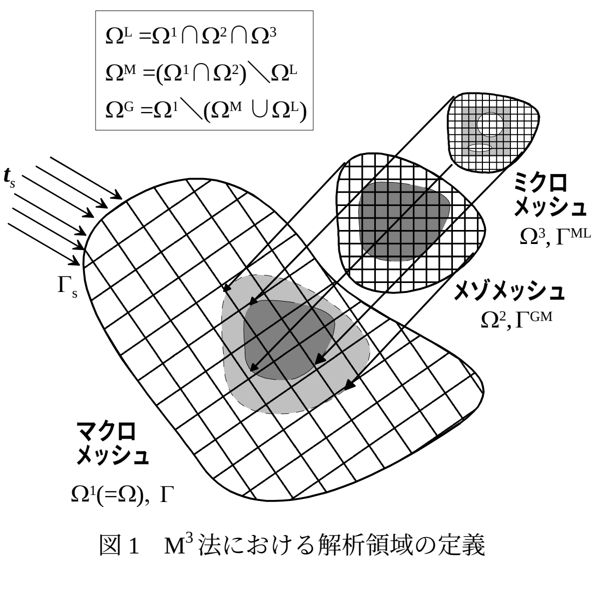


図 1　M^3法における解析領域の定義

2-2　剛性方程式作成手法

数値解析では最終的には式(13)で表される連立方程式を解くことになる．$[\boldsymbol{K}^{L}]$は従来の有限要素法の剛性マトリクスと同様に扱うことができるが，それ以外の計算については従来の有限要素法とは異なる．そこで，以下にそれらの計算手法について記述する．

まず，相関を示す剛性マトリクス$[\boldsymbol{K}^{GL}]$の計算において問題となるのが$[\boldsymbol{B}^{G}]$である．$[\boldsymbol{K}^{GM}]$の積分はミクロメッシュの要素ごとにガウス積分を行う．ガウス積分点はミクロ領域内の要素における正規化座標系で定義されているため，$[\boldsymbol{B}^{G}]$を直接求めることはできない．そのため，ミクロ領域内の要素における正規化座標系でのガウス積分点座標を全体座標系に変換し，そのガウス積分点が含まれるマクロ領域内の要素における正規化座標系へ変換することにより$[\boldsymbol{B}^{G}]$を求める．全体座標系から正規化座標への逆変換は陽に表現できないが，マクロメッシュに直方体要素を用いることにより，全体座標系でのミクロ領域内の要素のガウス積分点から大域領域の要素の正規化座標への変換は陽に表すことが可能になる．$[\boldsymbol{K}^{GM}]$, $[\boldsymbol{K}^{ML}]$についても同様に算出する．

次に$[\boldsymbol{K}^{G}]$の計算においては，第 2 および 3 項が第 1 項と比較して無視できる場合，式(14)は便宜的に式(21)のように変形でき，通常の有限要素法における剛性マトリックスと同じになるため，従来と同様に計算することが可能である．$[\boldsymbol{K}^{M}]$, $\{\boldsymbol{F}_s^{G}\}$についても同様に算出する．

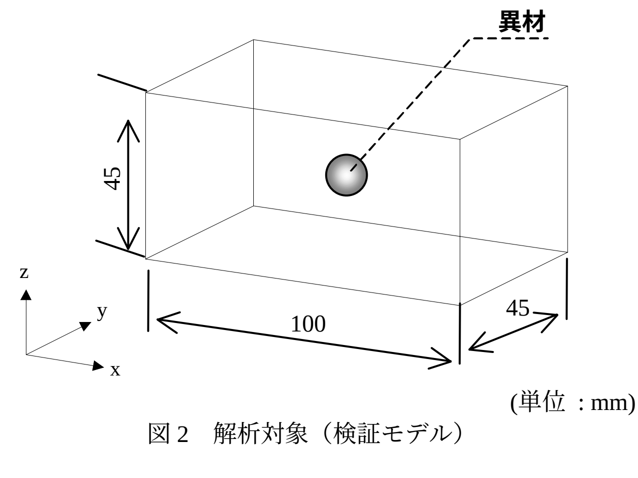
$$[\boldsymbol{K}^{G}] = \int_{\Omega} [\boldsymbol{B}^{G}]^{T}[\boldsymbol{D}^{G}][\boldsymbol{B}^{G}]d\Omega \tag{21}$$

上述の定式化を基に，詳細モデルに対して有限要素解析を行った従来手法と提案手法との比較検討を行う．

2-3　精度検証

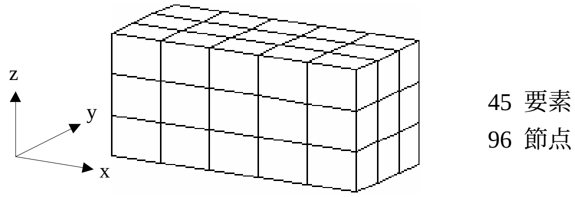
2-3-1　解析モデル

M^3法の有効性を検証するための比較解析を行った．検証モデルとして中心部に異材を含む直方体を想定する．これを図 2 に示す．従来手法と提案手法による結果を比較することにより，数値実験的に精度検証を行った．M^3法におけるメッシュを図 3 に示す．図 4 は 3 つのメッシュを重ね合わせた状態である．また，従来手法で用いる詳細メッシュを図 5 に示す．検証解析はミクロメッシュで表現している異材物性値の解析誤差への影響を調査するために行った．解析に使用した母材の物性値を表 1 に示す．

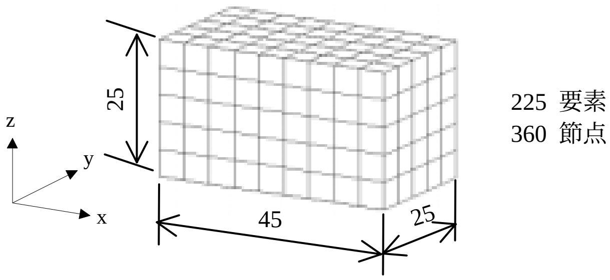


(単位：mm)

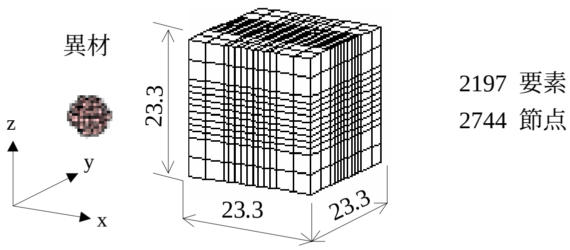
図 2　解析対象（検証モデル）



(a)　マクロメッシュ



(b)　メゾメッシュ



(c)　ミクロメッシュ

図 3　M^3 法における解析モデル

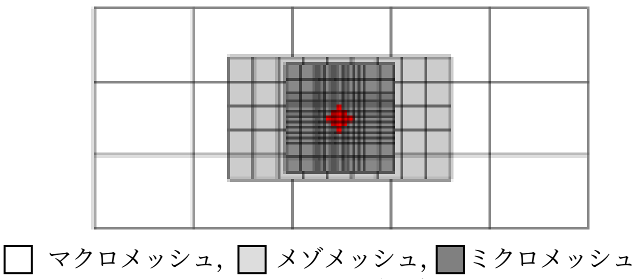


図 4　3 メッシュの重ね合わせ

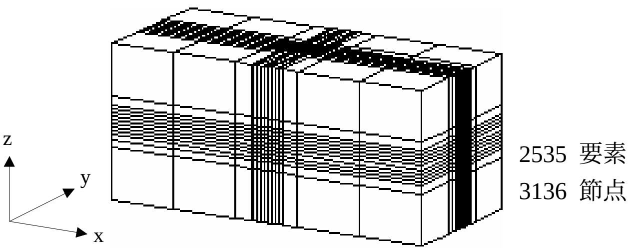


図 5　詳細メッシュ

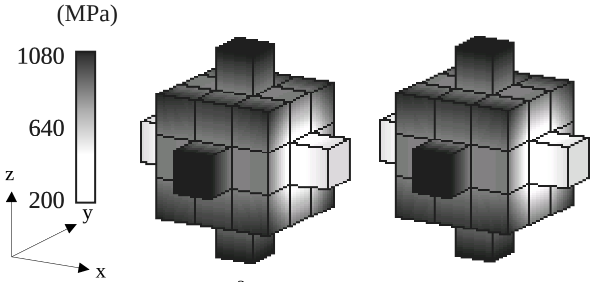
表 1　母材物性値

Young's modulus:E_1 (GPa)	70.0
Poisson's ratio	0.300

2-3-2　従来手法との比較

異材弾性率 E_2 を表 1 に示す母材弾性率 E_1 の 1/10 とし，境界条件としてマクロメッシュの x 方向の一端を固定，他端に強制変位 1mm (1%ひずみ) を与えた．異材部における σ_x 分布を図 6 に示す．また，同様に異材弾性率 E_2 を変化させて行った解析結果を図 7 に示す．ここで評価は異材内部のある 1 点について，M^3 解を従来手法解で除すことで実施した．図 7 から提案手法と従来手法との有意差はなく，M^3 法による数値解析手法が問題なく実施できたことが示された．また，図 8 はマクロメッシュの σ_x 分布であり，単一材料でモデリングされているにも関わらず，応力の分布が表現されている．ミクロメッシュ内にのみ含まれる異材の影響が，マクロメッシュにも現れていることから，各スケールにおける特性が相互に影響することが明確である．

以上のことから，M^3 法による解析は従来手法とほぼ同等の精度を有しており，かつ製品と評価領域のスケール差が大きい場合にも構造の全体を 1 度の解析で実施することが可能である．本稿で取扱う電子デバイスなどの評価領域が局所的になる場合に，提案手法の特性を発揮できるものと考える．



(a)　M^3 法　　(b)　従来手法

図 6　異材部における σ_x 分布

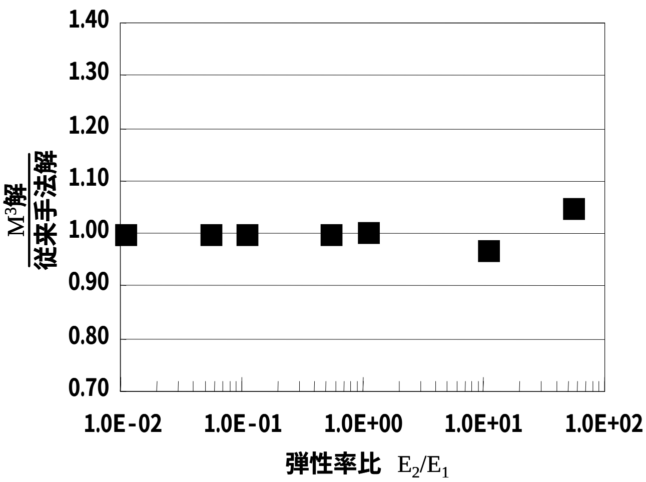


図 7　異材物性値の解析精度への影響

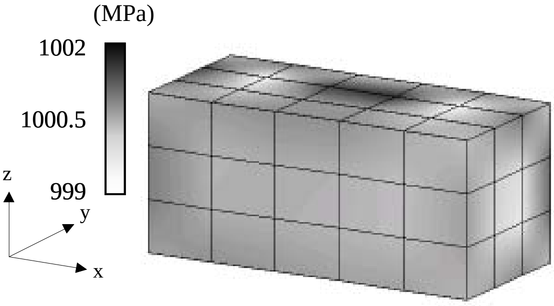


図 8　マクロメッシュにおける σ_x 分布

3. 曲げ疲労試験装置の製作

3-1 試験装置外観

従来から曲げ疲労試験装置を用いた疲労特性評価ならびに寿命評価が行われている．その曲げ機構は図 9 に示すようにある一定の向きに限定されている．しかし，シート型デバイスはその使用性から携帯が予想され，両振の曲げ変形やねじり変形が主体となる疲労が作用する．そのため，従来型の片振曲げ試験機ではこれらの現象を模擬することが困難であり，新たな試験装置の製作が望まれる．そこで，本稿では両振曲げ試験機の設計・製作について記述する．

試験装置は挿抜疲労試験装置 ENT-150 形(株式会社島津製作所製)に回転機構や磁気反応型近接センサなどの治具を付加し，製作した．試験装置の外観を図 10 に示す．

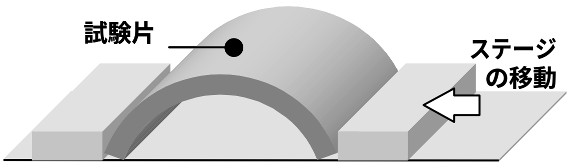


図 9　従来型片振曲げ試験法

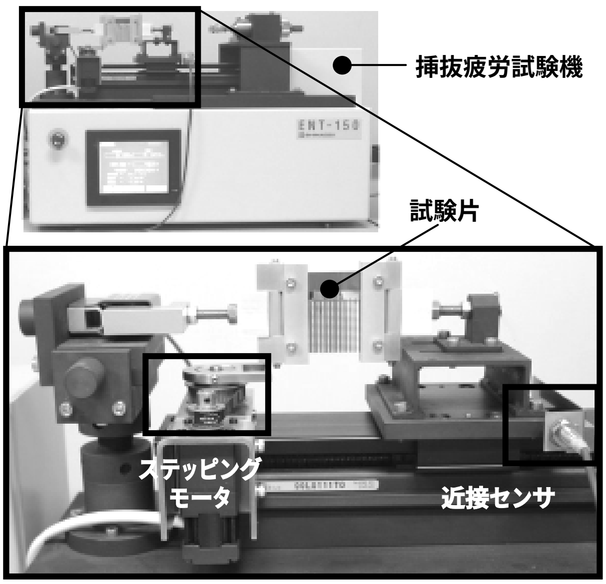


図 10　両振曲げ疲労試験装置外観

3-2 動作原理とその特徴

本装置ではシート型試験片を縦に装着し，試験を実施する．ステージの移動に合わせて近接センサから信号が送られ，ステッピングモータが駆動し，試験片チャックに初期不整を与える．これにより図 11 のように試験片の曲げ変形を実現する．ステージの移動量によって試験片の曲げ曲率を変化させることが可能であり，上部から観察することで曲率半径を実測することができる．また，ステッピングモータはプログラムにより回転動作が制御され，片振・両振の曲げ試験が実施可能となった．以上の動作確認から，本装置においては，従来装置では困難であったシート型デバイスの両振曲げ疲労試験を実施可能であり，より実現象に近い変形状態を模擬できるものと考える．

4. 終わりに

シート型デバイスの疲労寿命推定を行うことを念頭に，(a)数値解析手法においては新手法の提案，(b)実験においては実現象を模擬するための曲げ疲労試験装置の設計・製作を行った．具体的には，前者(a)では提案手法の定式化とプログラム構築・精度検証を実施し，後者(b)では製作した装置の動作確認を行った．

このことから，製作した試験装置により与えた曲率ごとの疲労寿命を実測し，評価領域の応力場・ひずみ場を M^3 法によって求める．それぞれ得た疲労寿命(実験)と応力振幅(数値解析)を用いて評価領域における S-N 線図を作成することが可能となるため，製品の研究開発に貢献できるものと考える．今後は，数値解析手法については製造工程で生じる熱や残留応力の取扱い，実験においては曲げ疲労試験を実施に加えてねじり試験装置の製作を行い，実材料を対象として適用する所存である．

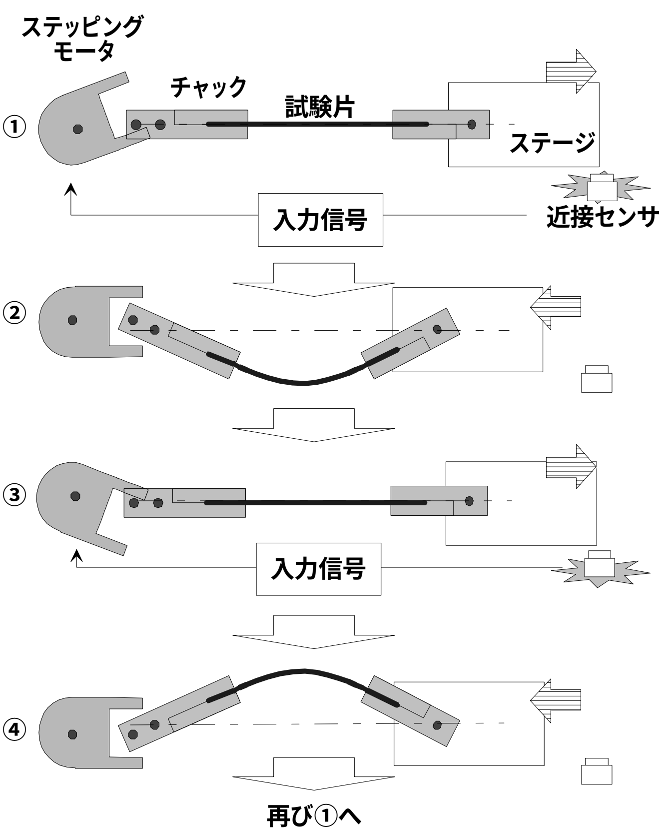


図 11　両振り曲げ試験装置の動作概念図(真上からの観察図)

5. 文献

(1) 日比野明憲，松下電工技報, No.50 (1995-3), 24-30

(2) Arai, K., Nishihara, M., Suetsugu, D., Kasebe, K. and Shuyama, H., *Matsushita Tschnical Journal*, **47**-3 (2001-1), 13-17

(3) Guedes, J., M. and Kikuchi, N., *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineerings*, **83**-2 (1990-10), 143-198

(4) 座古勝，藤原誠，繊維機械学会誌（論文集）, **54**-1 (2000-10), 45-52

(5) Belytschko, T., Fish, J. and Bayliss, A., *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineerings*, **81**-1 (1990-7) , 71-89

(6) Fish, J. and Guttal, R., International Journal for Numerical Methods in Engineering, **39**-21 (1996-11), 3641-3662