



## 平成 23 年度 前期試験 試験問題

### 試験科目： 材料の強さ I

配 当： マテリアル科学コース 3 年  
担当教員： 宇都宮 裕

試験時間： 平成 23 年 8 月 3 日 (水)  
13 : 00 - 14 : 30

試験室： R1-311

### 注意事項

- ・ 試験開始の合図があるまで、本紙を開けてはいけません。
- ・ 定規、関数電卓、ポケットコンピュータ、計算尺を使用しても構いません。ただし、試験中の貸し借りはできません。携帯電話は使用できません。
- ・ 教科書、参考書、ノート類を参照してはいけません。持ち込みは禁止です。
- ・ 裏表紙に**公式集**があります。必要があれば、これらの公式を用いてもよい。
- ・ 試験開始後 30 分間および終了直前 5 分間は退出できません。
- ・ 試験中の不正行為は厳重に取り締まり、発見した場合は正規の手続きを行います。
- ・ 本紙（問題）は、持ち帰って構いません。ただし、**著作権は出題者が保持**します。インターネット上や書籍で公開される場合には、許可をとってください。
- ・ 全員分の解答用紙が回収されたことを確認後、解答例を希望者に配布します。
- ・ 試験終了後は、指示にしたがって「授業アンケート」への回答をお願いします。

## 問 1

(1) 偏差応力成分の和 ( $\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z$ ) は、零となることを示せ。

(2) 弾性体において、偏差応力と偏差ひずみを用いると、Hooke の法則は、

$$\sigma'_{ij} = 2G\varepsilon'_{ij}$$

と表される。このことから、次式を導出せよ。

$$(a) \quad \gamma_{yx} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \quad (b) \quad \varepsilon_x = \frac{1}{E}\{\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\}$$

(3) 相当応力は総和規約を用いると次式で表すことができる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$$

上式は、デカルト座標系応力成分を用いると、次のように書き下せることを示せ。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}\{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)\}}$$

(4) 相当塑性ひずみ増分は、相当応力を用いると次式で求めることができる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}}$$

これより、(a)  $d\varepsilon_x^p$  および、(b)  $d\gamma_{xy}^p$  を偏差応力成分を用いて表せ。

## 問 2

直径 20mm、高さ 10mm のアルミニウム合金の円柱がある。この円柱は、降伏応力  $Y$  (MPa) が、相当ひずみ  $\bar{\varepsilon}$  の関数として以下のように表される剛塑性体であるとして以下の問いに答えよ。ただし、応力値は小数点以下 1 桁まで答えること。

$$Y = 50\bar{\varepsilon}^{-0.2}$$

- (1) この円柱の高さを 5mm まで、すなわち 50% 単軸圧縮した後の単軸降伏応力はいくらか。
- (2) (1) の変形後の、せん断降伏応力はいくらか。ただし、Mises の降伏条件に従うものとする。
- (3) 次に、すなわち 50% の単軸圧縮後に、さらに高さを 2.5mm まで平面ひずみ状態で圧縮した。2 回目の圧縮後の単軸降伏応力はいくらか。

### 問3

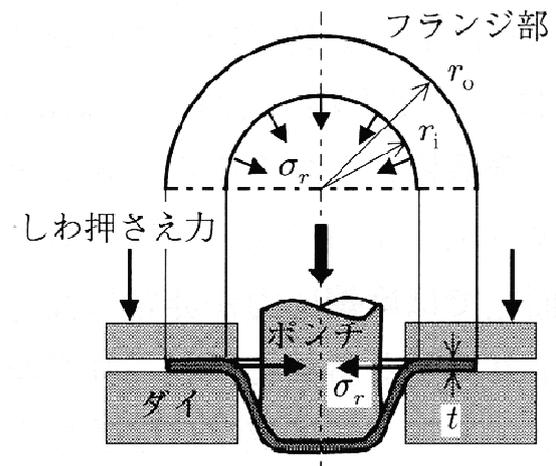
厚さ 2.00mm, 幅 30.0mm, 長さ 200mm の板を直径 100.0mm の一対のロールの間で 1 パス圧延する。板の幅広がりは無視できるものとして、次の問いに答えよ。

- (1) ロールと板材の間の摩擦係数  $\mu$  が 0.15 とするとき、実現可能な圧下率の最大値はいくらと予想されるか。
- (2) 実際に圧延を行ったところ、圧延された板は 4.00m/min の速さでロールから送り出され、その圧下率は 35.0%であった。この圧延パスにおける投影接触長さ[mm]と噛み込み角  $\alpha$  [°]を求めよ。
- (3) (2)の場合に生じる板の圧延方向のひずみ、すなわち延伸ひずみはいくらか。
- (4) (2)の圧延で導入された相当ひずみを求めよ。ただし、せん断ひずみは無視する。
- (5) 板がロールに噛み込まれる速さはいくらであったか。
- (6) 前方張力を付加すると、(5)の速さはどのように変化するか。定性的に答えよ。

### 問4

深絞り加工は図のように薄い円板の外周部をしわ押さえで拘束し、中心部をポンチで押し下げることで、カップ状の製品を製造するプロセスである。

ここで、フランジ部の外径を  $r_0$ 、内径を  $r_i$ 、板厚  $t$  とし、円板は降伏応力  $Y$  のトレスカの降伏条件に従う剛塑性体であるとする。また、摩擦は無視できるものとして、次の問いに答えよ。



- (1) フランジ部に中心角  $d\theta$ 、径方向の厚み  $dr$  の微小要素を設定し、半径方向の釣り合い式を  $\sigma_r$  と  $\sigma_\theta$  を用いて表しなさい。
- (2) フランジ部の降伏条件を  $\sigma_r$  と  $\sigma_\theta$  および  $Y$  を用いて表せ。
- (3) 境界条件はどのように設定できるか。
- (4)  $\sigma_r$  と  $\sigma_\theta$  のフランジ部内の分布を求め、図示しなさい。

### 問5

- (1) 「スプリングバック」とは何か簡単に説明しなさい。
- (2) 材料の変形抵抗（流動応力）の「ひずみ依存性」および「ひずみ速度依存性」が、熱間の場合と冷間の場合でどのように異なるか、説明しなさい。
- (3) 「弾塑性材料」と「剛塑性材料」と「剛完全塑性材料」の違いを説明しなさい。

# 公 式 集

## 1. 単位

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ kgf} = 9.80665 \text{ N}$$

$$1 \text{ kgf/mm}^2 = 9.80665 \text{ MN/m}^2 = 9.80665 \text{ MPa}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1013.25 \text{ hPa}$$

## 2. Hooke の法則

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} \quad , \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \{ \sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x) \} \quad , \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \{ \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \} \quad , \quad \gamma_{xz} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

$$\text{または、} (\varepsilon_{ij}^e)' = \frac{1}{2G} \sigma'_{ij} \quad , \quad \varepsilon_v = \frac{\sigma_{ii}}{3K}$$

$$\text{ここで、} G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad , \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

## 3. Mises の降伏条件

$$Y = \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \}}$$

## 4. Tresca の降伏条件

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = k$$

## 5. Levy-Mises の式

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3d\bar{\varepsilon}}{2\bar{\sigma}} \sigma'_{ij}$$

$$\text{ここで、} d\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\{ (d\varepsilon_x^p - d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_y^p - d\varepsilon_z^p)^2 + (d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_x^p)^2 + \frac{3}{2} \{ (d\gamma_{xy}^p)^2 + (d\gamma_{yz}^p)^2 + (d\gamma_{zx}^p)^2 \} \}}$$

## 6. 単軸引張のくびれ発生条件

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$$