



平成 25 年度 前期試験 試験問題

試験科目： 材料の強さ I

配 当： マテリアル科学コース 3 年
担当教員： 宇都宮 裕

試験時間： 平成 25 年 7 月 31 日 (水)
13 : 00 - 14 : 30

試験室： R1-311

注意事項

- ・ 試験開始の合図があるまで、本紙を開けてはいけません。
- ・ 定規、関数電卓、ポケットコンピュータ、計算尺を使用しても構いません。ただし、試験中の貸し借りはできません。PHS、携帯電話、スマートフォン、タブレット PC などは使用できません。
- ・ 教科書、参考書、ノート類を参照してはいけません。持ち込みは禁止です。
- ・ 裏表紙に**公式集**があります。必要があれば、これらの公式を用いてもよい。
- ・ 試験開始後 30 分間および終了直前 5 分間は退出できません。
- ・ 試験中の不正行為は厳重に取り締まり、発見した場合は正規の手続きを行います。
- ・ 本紙（問題）は、持ち帰って構いません。ただし、著作権は出題者が保持します。インターネット上や書籍で公開される場合には、許可をとってください。
- ・ 解答例は終了後に配布します。

問 1

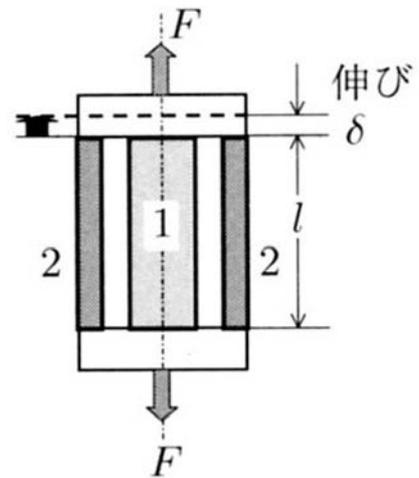
一辺の長さが 10.0mm、長さ 100mm の銅合金の角棒（断面が正方形の棒）がある。この角棒は、降伏応力 Y (MPa)が、相当ひずみ $\bar{\varepsilon}$ の関数として以下のように表される剛塑性体であるとして以下の問いに答えよ。ただし、応力値は小数点以下 1 桁まで答えること。

$$Y = 100 (1 + \bar{\varepsilon})^{1.15}$$

- (1) この角棒の 0.2%耐力はいくらか。
- (2) この角棒を軸方向にゆっくりと圧縮する。圧縮荷重がいくらになったときに降伏するか。
- (3) さらに圧縮を続けると、長さが 95.0mm となった。このときの長さひずみ、すなわち軸方向ひずみを、(a)真ひずみと(b)公称ひずみで答えなさい。また、このときの(c)圧縮荷重を答えなさい。
- (4) 次に、負荷方向を逆転させる。すなわち棒を 95.0mm の状態からゆっくりと引っ張る。元の長さ、すなわち 100mm となったときの引張荷重はいくらか。
- (5) さらに、引っ張りをつづけると、丸棒にくびれが発生した。このときのこの角棒の長さはいくらか。

問 2

図に示すように、丸棒材 1 を円管 2 の中に挿入し両端を固定した長さ l の試験片を引っ張る。このとき、棒材 1 と円管 2 は断面積が等しく ($s_1 = s_2 = s$)、ヤング率も等しく ($E_1 = E_2 = E$) 弾完全塑性材料とする。ただし、両者の降伏応力は 3 倍異なるものとする ($Y_1 = 3Y_2 = Y$)。

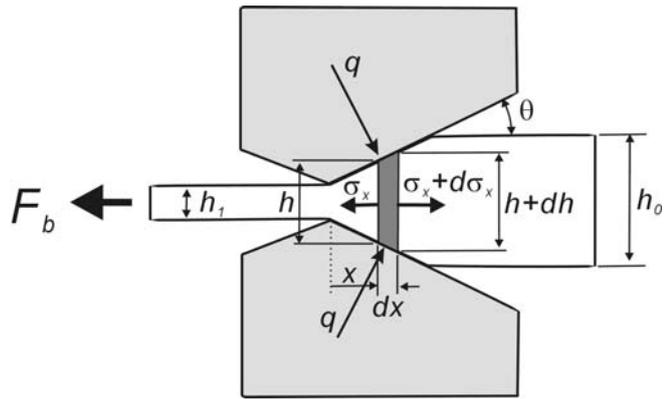


- (1) 引張荷重 F と変位 δ の関係を、(a) 棒材 1、円管 2 とともに弾性, (b) 一方が弾性、他方が塑性, (c) とともに塑性の場合について求め、図示しなさい。
- (2) 「(c) 棒材 1、円管 2 とともに塑性の状態」から除荷した場合の、長さの減少量を答えなさい。
- (3) 除荷後の丸棒材 1 と円管 2 の長さ方向の残留応力をそれぞれ求めなさい。

問 3

図は、板幅 b の薄板の半角 θ のダイスによる平面ひずみ引抜き加工を模式的に示したものである。ここで、薄板は、せん断降伏応力が k で、ミーゼスの降伏条件に従い、ダイスと薄板の間の摩擦はクーロンの法則（摩擦係数： μ ）に従うものと仮定する。

(1) この引抜き加工で薄板の厚さ h_0 は h_1 に減少する。このとき、厚さ方向ひずみ (ε_y)、長さ方向ひずみ (ε_x)、幅方向ひずみ (ε_z) は、それぞれいくらか。



(2) この加工で薄板に導入される相当塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}$ を求めなさい。

(3) 図のように、出口から x 離れた地点に長さ dx の微小要素を考

える。この微小要素の左右の高さの差 dh を dx, θ を用いて表しなさい。

(4) 工具から材料に作用する圧力を q 、せん断摩擦応力を μq (図中には、示していない) とする。微小要素について水平方向 (x 方向) の釣り合い式を立てて、 $\sigma_x, q, h, dh, \theta, \mu$ に関する微分方程式に表しなさい。

(5) 同様に鉛直方向 (y 方向) の釣り合い式を作製し、 σ_y を q, θ, μ を用いて表しなさい。

(6) 降伏条件から、 q と σ_x の関係を求めなさい。

(7) (4) と (6) の連立解を求める際に必要な、境界条件を答えなさい。

(8) 摩擦がない場合 ($\mu=0$) の、引抜き力 F_b を求めなさい。

(9) 引抜き加工には加工限界が存在する。すなわち、ある限界の厚さ h_1 以下には薄く加工することはできない。その限界の厚さ h_1 を求めよ。

問4

(1) 偏差応力成分の和 ($\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z$) が、零となることを示せ。

(2) 弾性体において、平均応力 σ_m と体積ひずみ $\varepsilon_v (= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$ の間には次式が成立することを示せ。

$$\sigma_m = \frac{E}{3(1-2\nu)} \varepsilon_v$$

(3) 弾性体において、偏差応力と偏差ひずみを用いると、Hooke の法則は、

$$\sigma'_{ij} = 2G\varepsilon'_{ij}$$

と表される。このことから、次式を導出せよ。

$$(a) \quad \gamma_{yx} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad (b) \quad \varepsilon_x = \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \}$$

(4) 相当応力は総和規約を用いると次式で表すことができる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}$$

上式は、デカルト座標系応力成分を用いると、次のように書き下せることを示せ。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \}}$$

(5) 相当塑性ひずみ増分は、降伏曲面に垂直であるとする、相当応力を用いて次式(関連流動則)で求めることができる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}}$$

このことを用いて、(a) $d\varepsilon_x^p$ および、(b) $d\gamma_{xy}^p$ を偏差応力成分を用いて表せ。

以上

公 式 集

1. Hooke の法則

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} , & \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \tau_{yz} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \{ \sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x) \} , & \gamma_{zx} &= \frac{1}{G} \tau_{zx} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \{ \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \} , & \gamma_{xz} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \end{aligned}$$

ここで、 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

2. Tresca の降伏条件

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = k$$

3. 単軸引張のくびれ発生条件

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$$