



平成 29 年度 前期中間試験 試験問題

試験科目： 材料の強さ I

配 当： マテリアル科学コース 3 年
担当教員： 宇都宮 裕

試験時間： 平成 29 年 6 月 14 日 (水)
13 : 15 - 14 : 15

試験室： R1-311

注意事項

- ・ 試験開始の合図があるまで、本紙を開けてはいけません。
- ・ 定規、関数電卓、ポケットコンピュータ、計算尺を使用しても構いません。ただし、試験中の貸し借りはできません。PHS、携帯電話、スマートフォン、タブレット PC などは使用できません。
- ・ 教科書、参考書、ノート類を参照してはいけません。持ち込みは禁止です。
- ・ 裏表紙に**公式集**があります。必要があれば、これらの公式を用いても構いません。
- ・ 試験開始後 30 分間および終了直前 5 分間は退出できません。
- ・ 試験中の不正行為は厳重に取り締まり、発見した場合は正規の手続きを行います。
- ・ 本紙（問題）は、持ち帰って構いません。ただし、**著作権は出題者が保持**します。インターネット上や書籍で公開される場合には、許可をとってください。

問 1

平面応力状態($\sigma_z = 0, \tau_{zx} = \tau_{yz} = 0$) で、 $\sigma_x = 0, \sigma_y = 360, \tau_{xy} = \tau_{yx} = -240$ のとき、

- (1) 応力状態を Mohr 円上に図示しなさい。
- (2) Mohr 円から、2つの主応力を読み取りなさい。
- (3) 線形代数学を用いて(行列の固有値計算から)、主応力 σ_1, σ_2 を求め、(2)と一致することを確認しなさい。
- (4) 主軸を求め、(2)の Mohr 円と一致することを確認しなさい。

問 2

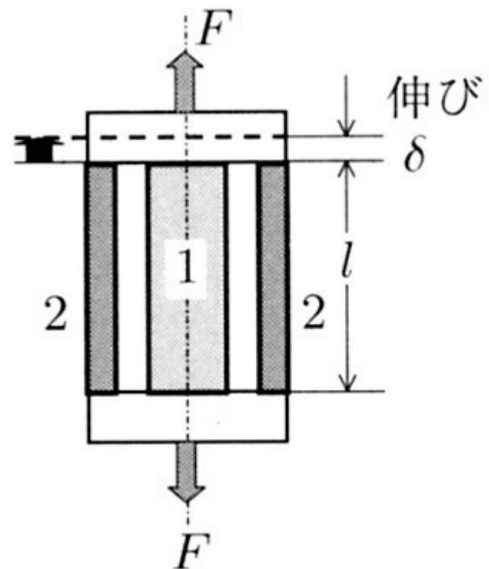
あるアルミニウム合金の降伏応力 Y (MPa)は、相当ひずみ $\bar{\varepsilon}$ の関数として以下のよう
に表される。

$$Y = 50\bar{\varepsilon}^{-0.2}$$

この合金を(1) 50%を単軸圧縮したとき、(2) 50%平面ひずみ圧縮したとき、(3) 50%
平面ひずみ圧縮後、50%単軸圧縮したとき、の単軸降伏応力はそれぞれいくらか。

問 3

図に示すように、丸棒材 1 を円管 2 の中に挿入し両端を固定した長さ l の試験片を引っ張る。
このとき、棒材 1 と円管 2 は断面積が等しく ($s_1 = s_2 = s$)、降伏応力も等しい
($Y_1 = Y_2 = Y$) 弾完全塑性材料とする。ただし、
両者のヤング率は 2 倍異なる($E_1 = 2E_2 = E$)
ものとする。



- (1) 引張荷重 F と変位 δ の関係を、(a) 棒材 1、
円管 2 とともに弾性, (b) 一方が弾性、他方が塑性,
(c) とともに塑性の場合について求め、図示しなさい。
- (2) 棒材 1、円管 2 とともに塑性の状態(c)から除
荷した場合の、長さの減少量を答えなさい。
- (3) 除荷後の丸棒材 1 と円管 2 の長さ方向の残留応力をそれぞれ求めなさい。

問 4

- (1) 密度 7.87 Mg/m^3 、比熱 462 J/kgK の鉄鋼の棒を室温 20°C で、50%の高さまで断熱的に単軸圧縮するとき、圧縮後の温度は何 $^\circ\text{C}$ になるか答えなさい。ただし、この棒は、せん断降伏応力が 200MPa の Tresca の降伏条件に従う剛完全塑性体で、塑性仕事の熱への変換効率 β は 0.9 と仮定できるものとする。

- (2) 弾性体において、偏差応力と偏差ひずみを用いると、Hooke の法則は、

$$\sigma'_{ij} = 2G\varepsilon'_{ij}$$

と表される。このことから、次式を導出せよ。

$$(a) \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \quad (b) \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}\{\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)\}$$

- (3) 相当応力は総和規約を用いると次式で表すことができる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$$

上式は、デカルト座標系応力成分を用いると、次のように書き下せることを示せ。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}\{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)\}}$$

- (4) 相当塑性ひずみ増分は、降伏曲面に垂直であるとする、相当応力を用いて次式(関連流動則)で求めることができる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}}$$

このことと(3)の相当応力式を用いて、(a) $d\varepsilon_x^p$ および、(b) $d\gamma_{xy}^p$ を、比例定数 $d\lambda$ および偏差応力成分を用いて表せ。

- (5) 「摩擦係数」と「せん断摩擦係数(摩擦比)」の違いを説明しなさい。

以上

公 式 集

1. 単位

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ kgf} = 9.80665 \text{ N}$$

$$1 \text{ kgf/mm}^2 = 9.80665 \text{ MN/m}^2 = 9.80665 \text{ MPa}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1013.25 \text{ hPa}$$

2. Hooke の法則

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} \quad , \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \{ \sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x) \} \quad , \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \{ \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \} \quad , \quad \gamma_{xz} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

$$\text{または、} (\varepsilon_{ij}^e)' = \frac{1}{2G} \sigma'_{ij} \quad , \quad \varepsilon_v = \frac{\sigma_{ii}}{3K}$$

$$\text{ここで、} G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad , \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

3. Mises の降伏条件

$$\begin{aligned} Y = \bar{\sigma} &= \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \}} \end{aligned}$$

4. Tresca の降伏条件

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = k$$

5. Levy-Mises の式

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3\bar{d\varepsilon}}{2\bar{\sigma}} \sigma'_{ij}$$

$$\text{ここで、} \bar{d\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\{ (d\varepsilon_x^p - d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_y^p - d\varepsilon_z^p)^2 + (d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_x^p)^2 + \frac{3}{2} \{ (d\gamma_{xy}^p)^2 + (d\gamma_{yz}^p)^2 + (d\gamma_{zx}^p)^2 \} \}}$$